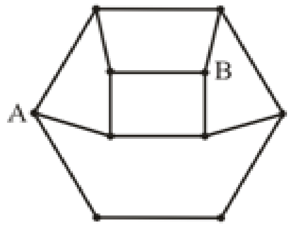
Вариант 3

1. Лыжник спускается с вершины горы к её подножию за 14 минут, а сноубордист – за 7 минут. Спустившись, они тут же поднимаются вверх на подъёмнике, а затем сразу же спускаются вновь. В 12:00 они одновременно начали спуск с вершины. Впервые они встретились у подножия в 13:24. Определите время подъёма от подножия до вершины.

2. Решите уравнение $\left(x^2-3x-5\right)\left(x^2+x-7\right)=43$.

3. Найдите натуральное число n, ближайшее к 1026, сумма всех делителей которого (включая 1 и само это число) равна $2n$-1.

4. В пунктах А и В находится по автомобилю. Каждую минуту эти два автомобиля *одновременно* переезжают в какой-либо соседний пункт (пункты, соединённые отрезками, называют соседними). Докажите, что автомобили никогда не окажутся одновременно в одном пункте.



5. Найдите наименьшее отличное от полного квадрата натуральное число N такое, что десятичная запись числа $\sqrt{N}$ имеет вид: $A{,}00a_1a_2\ldots a_n\ldots$, где A – целая часть числа $\sqrt{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ – цифры от 0 до 9.

6. Запишем подряд все натуральные числа, кратные девяти:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, …

У каждого из этих чисел подсчитаем сумму цифр. В результате, получим последовательность:

9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 18, 9, …

Найдите сумму первых 550 членов этой последовательности.

7. В окружность вписан равносторонний треугольник ABC, M – середина стороны AB, N – середина стороны BC. Докажите, что для любой точки K, лежащей на окружности, величина угла MKN не превосходит 60^0.

8. Найдите три каких-нибудь натуральных числа a, b, c, удовлетворяющих равенству $a^{2015}+b^{2017}=c^{2016}$.